

Evaluación de habilidades para la resolución de problemas de matemáticas en estudiantes de bachillerato, a partir del modelo heurístico de Polya

Irvin Rodolfo Tapia Bernabé

irtb.tapia@gmail.com

Colegio de Educación Profesional Técnica del Estado de México

Recepción: 03 mayo 2019

Aprobación: 28 mayo 2019

Resumen

En la actualidad existen diversos estudios que señalan a la resolución de problemas como una de las habilidades de mayor demanda por los empleadores en México y el mundo. En nuestro país la educación profesional técnica tiene un papel preponderante ante dicha necesidad, debido a la naturaleza de su modelo en la formación de capital humano para satisfacer las necesidades del sector productivo. Por lo anterior, la presente investigación tuvo como objetivo conocer en qué medida los estudiantes de la educación profesional técnica del Estado de México, dominan la habilidad para la resolución de problemas de tipo matemático. Para ello, se diseñó un instrumento de evaluación válido y confiable, a través de la formulación de problemas de carácter matemático y la formulación de respuestas segmentadas a partir de las operaciones mentales propuestas en el modelo heurístico de Polya. La prueba aplicada a una muestra probabilística de 12,250 estudiantes de segundo, cuarto y sexto semestre arrojó en sus resultados que el dominio de las operaciones mentales en estudiantes tiene una relación directa con el área matemática evaluada, sin haber diferencias significativas entre grados de estudio. El presente trabajo aporta una nueva metodología en el campo de la investigación de la evaluación educativa, en la medición de este tipo de habilidades requeridas por el sector productivo.

Palabras clave: Métodos de Evaluación, Matemáticas, Habilidades, Heurística.

Evaluation of skills for solving basic math problems in high school students, based on Polya's heuristic model

Abstract

At present, there are several studies that point to problem solving as one of the skills most demanded by employers in Mexico and the world. In our country, technical professional education has a preponderant role in the face of this need, due to the nature of its model in the formation of human capital to meet the needs of the productive sector. Due to the above, the present investigation had as objective to know to what extent the students of the technical professional education of the State of Mexico, dominate the ability to solve mathematical problems. To this end, a valid and reliable evaluation instrument was designed, through the formulation of mathematical problems and the formulation of segmented responses based on the mental operations proposed in the Polya heuristic model. The test applied to a probabilistic sample of 12,250 second, fourth and sixth semester students showed in their results that the domain of mental operations in students has a direct relationship with the mathematical area evaluated, without significant differences between study levels. The present work provides a new methodology in the field of educational evaluation research, in the measurement of this type of skills required by the productive sector.

Key words: Evaluation Methods, Mathematics, Skills, Heuristics

Introducción

En la actualidad, la resolución de problemas representa la habilidad de mayor demanda por los empleadores en el mundo y según el estudio internacional “*Preparing student for the future*” de la empresa Google, lo continuará siendo durante por lo menos los próximos cinco años (Economist Intelligence Unit, 2015). Sin duda, el desarrollo de esta habilidad en poblaciones de países emergentes como México, representa una importante herramienta para combatir las desigualdades de oportunidades en un contexto laboral globalizado. En Latinoamérica, de acuerdo con (Vargas & Carsoglio, 2017) en su estudio sobre las “*Brechas de habilidades para el trabajo*”, mencionan como un conjunto

habilidades transversales, incluyendo a la resolución de problemas, pueden llegar a ser más determinantes en la vida profesional de las personas, que las habilidades cognitivas. Sin embargo, en México la habilidad para solucionar problemas conforma una de las principales causas por las cuales los empleadores, no pueden encontrar talento en el país (ManpowerGroup, 2018).

En este contexto es, importante precisar que el sistema educativo mexicano, ha jugado un papel muy importante en la promoción del desarrollo de la habilidad para solucionar problemas, especialmente en estudiantes de la educación media superior. Con la Reforma Integral de la Educación Media Superior del año 2008, se concibió a través del Acuerdo Secretarial 444, a la resolución de problemas, como una habilidad genérica enfocada al lograr ciudadanos innovadores, críticos y reflexivos (SEMS, 2008). Sin embargo, once años después, y pese a la importancia que se le ha concedido a la resolución de problemas matemáticos, en la actualidad, es aún un proceso en el cual los estudiantes mexicanos continúan presentando dificultades. De este modo y teniendo como antecedente a la resolución de problemas como una de las habilidades de mayor requerimiento por parte del sector productivo, existe el interés de su estudio, particularmente en la educación profesional técnica en México, quien, desde su creación, ha tenido la misión de proveer el capital humano con las habilidades propias del sector productivo (DOF, 2011)

Un acercamiento a la problemática del estudio, se encuentra en los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas del logro de los aprendizajes en la competencia de las Matemáticas. De acuerdo con (INEE, 2017) los resultados en la Prueba Nacional para el Logro de los Aprendizajes 2017 (PLANEA), existen serias deficiencias en el aprendizaje de los alumnos del Colegio de Educación Profesional Técnica en esta habilidad, al ocupar la penúltima posición dentro del ranking de resultados por tipo de servicio obteniendo en promedio 474 puntos de 550. Teniendo presente la relevancia de la problemática anteriormente descrita, surgió el interés de realizar la presente investigación a fin de dar respuesta a los siguientes cuestionamientos ¿Cuál es el dominio en la habilidad de resolución de problemas de Matemáticas en estudiantes del tipo profesional técnico en el estado de

México? Para dar respuesta a dicho planteamientos, la indagación tuvo como objetivo el desarrollo de una prueba para la medición de habilidades procedimentales u operaciones mentales en la resolución de problemas matemáticos a partir de las cuatro fases propuestas por el método de Polya. En ello es importante mencionar, que dicho método se le ha considerado de carácter universal y de aplicación a todos los problemas que enfrentamos en la vida diaria.

La justificación del presente trabajo radica primordialmente en la relevancia que tiene las Matemáticas y en particular la resolución de problemas, en la inserción con exitosa al mundo laboral, al concebirse como una herramienta imprescindible para los jóvenes que egresan de la educación profesional técnica en el país. El trabajo aporta una nueva metodología en el campo de la investigación de la evaluación educativa, en la medición de este tipo de habilidades requeridas por el sector productivo. Los resultados de la investigación aportarán información importante a la institución educativa, con el fin de identificar necesidades de aprendizaje y a partir de ello establecer acciones de intervención educativa para propiciar el mejoramiento en los módulos afines a las Matemáticas.

Desarrollo

La resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas

La resolución de problemas ha sido concebida desde hace muchos años como el foco de las Matemáticas, para algunos estudiosos del tema, es piedra angular en la educación Matemática. En México, las Matemáticas conforman uno de los cinco campos disciplinares del currículo de la educación media superior y de acuerdo con (SEMS, 2008) se le atribuye a este campo disciplinar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico de los estudiantes. Para ello, la resolución de problemas conforma un eje articulador de la competencia matemática, en donde se ha definido que:

Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos. Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos (SEP, 2016).

Aproximaciones al concepto

De acuerdo con la Real Academia de la Lengua Española, la palabra “problema” es un término de origen latino y que a su vez proviene del griego y significa el “conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin” (RAE, 2019). En este sentido, la literatura sobre el tema nos ofrece una gran diversidad en su definición, según desde la perspectiva en que se aborde. Según (D'Zurrilla, 1993) es un proceso cognitivo-afectivo-conductual, por el cual una persona intenta descubrir una respuesta para un problema particular.

Para (Piñeiro, Pinto, & Días-Levicoy, 2015) la describen como “un obstáculo que separa la situación actual de una meta deseada”. En (Meyer, 1986) se le considera sinónimos del pensamiento y cognición, en dónde se desea llegar a otro sin un camino claro a seguir. Según (Puig, 1996) desde un enfoque psicológico, señala que la resolución de problemas es un factor del sujeto más que de la situación. Para (Rico, 2012) concibe la tarea de resolver problemas como una actividad científica, muy ligada a la educación.

En el campo de la enseñanza, su definición retoma aspectos muy similares apegados a esta área del conocimiento. Por ejemplo, para (Stanic & Kilpatrick, 1988) la define como una habilidad fundamental en el área de la matemática, ya que permite que los estudiantes desarrollen las capacidades de orden superior e incorporen el conocimiento matemático a la vida real. Para (Sevilla, 2008) representa la capacidad del alumno para aprender y movilizar el conocimiento teórico que está adquiriendo en su formación.

De igual manera, en el ámbito de la enseñanza de las Matemáticas (Cárdenas & Blanco, 2018) relaciona a la resolución de problemas como el artífice cognitivo para desarrollar los conocimientos, habilidades y destrezas de los contenidos de matemáticas. Por tanto, (Beyer, 2000) resalta la importancia de una enseñanza de la Matemática orientada hacia la resolución de problemas, en donde el alumno pueda realizar suposiciones, inferencias, conjeturas, argumentos y equivocaciones.

De tal modo, que la resolución de problemas en las Matemáticas juega un papel importante tanto en la enseñanza como para para la vida (Cuicas, 1999). En síntesis y de acuerdo con (OECD, 2014) la resolución de problemas implica la capacidad de identificar y

analizar situaciones problemáticas cuyo método de solución no resulta obvio de manera inmediata, además el vínculo de esta habilidad con los programas de estudio, conlleva a la generación de jóvenes con mayores capacidades cognitivas en el ámbito científico y tecnológico.

La heurística en la resolución de problemas

La palabra heurística proviene del griego εὐρίσκειν que significa “hallar o inventar”, de este modo el filósofo y matemático Lakato, definió a la heurística como un conjunto de métodos o reglas que indican cuáles son las acciones idóneas que pueden generar soluciones a un determinado problema. En la actualidad, la definición de la heurística no ha tenido variaciones. Como ejemplo; (Monereo, 1998) define a las heurísticas como estrategias en la resolución de problemas; para (Polya, 1989) describe el término “heurística” como un método para la solución de problemas; en (De Corte, 1993) la heurística guía la acción y ayuda a superar las dificultades que se van encontrando durante el proceso de resolución.

De igual manera Pifarré y Sanuy, (2001) sostiene que las personas con habilidades para solucionar problemas cuentan con un conjunto de estrategias generales o heurísticas. En este sentido, en la época contemporánea la heurística ha tenido un papel central en la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de la habilidad en la resolución de problemas. Por ello, (Schoenfeld, 1985) resalta la incorporación de esta habilidad en los procedimientos más específicos y relacionados con el contenido durante el proceso de enseñanza. Finalmente es importante destacar que, si bien las heurísticas ofrecen una guía y ayudan a establecer un camino de resolución, su uso no asegura la resolución exitosa del problema.

Método Polya y sus etapas

George Pólya fue un matemático nacido en 1887 en la ciudad de Budapest, sus estudios y publicaciones “How to solve it”, “Mathematics and plausible reasoning” y “Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving”. estuvieron orientados en el proceso en cómo se derivan los resultados matemáticos en el proceso de aprendizaje. Actualmente, Pólya es considerado un personaje clave en la

resolución de problemas, debido a la propuesta de una serie de procedimientos que utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida cotidiana (Alfaro, 2006).

Según (Breyer, 2007) define el método de Pólya como un método heurístico para la solución de problemas lógico-matemáticos. Lo anterior, derivado de las aportaciones realizadas en su libro (como resolverlo), en donde Polya propone una serie de estrategias para la resolución de problemas, en la cual potencia una nueva metodología en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Polya, 1989), de tal modo que la pedagogía y la epistemología de la matemática están estrechamente relacionadas (Barrantes, 2006). De acuerdo con Aguedas (2012), cuando Descartes buscó un método para encontrar la verdad, Geroge Polya presentó un guía para abordar la solución de un problema. El método Polya, se caracteriza a diferencia de otros métodos, en formar una secuencia lógica del pensamiento, a fin de que el problema matemático pueda ser dividido en cuatro fases:

1. **Comprender el problema:** ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las condiciones?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son? ¿son irrelevantes, o contradictorias?, etc.
2. **Diseñar un plan:** ¿se conoce un problema relacionado?, ¿se puede replantear el problema?, ¿se puede convertir en un problema más simple?, ¿se pueden introducir elementos auxiliares?, etc.
3. **Ejecutar el plan:** Ponerlo en práctica: aplicar el plan, controlar cada paso, comprobar que son correctos, probar que son correctos, etc.
4. **Examinar la solución:** ¿se puede chequear el resultado?, ¿el argumento?, ¿podría haberse resuelto de otra manera?, ¿se pueden usar el resultado o el método para otros problemas?, etc.

En resumen, el método heurístico de Pólya contribuye a la enseñanza de la matemática ya que genera en el estudiante la capacidad, habilidad y desarrollo del conocimiento para comprender y resolver problemas matemáticos. Por ello, el presente trabajo aborda desde las cuatro fases del método Polya, una indagación de las habilidades procedimentales para la resolución a problemas de tipo matemáticos.

Metodología

La investigación se realizó bajo el paradigma cuantitativo con un diseño descriptivo transeccional, debido a que la variable de estudio no fue manipulada y los datos obtenidos se recolectaron en el mismo momento, según lo señalado en (Hernández , Fernández, & Baptista, 2006). La definición conceptual y operacional de la variable objeto estudio se definió como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Definición conceptual y operacional de la variable

Variable	Definición conceptual	Definición operacional
Habilidad para la resolución de problemas	La capacidad de identificar y analizar situaciones problemáticas cuyo método de solución no resulta obvio de manera inmediata (OCDE, 2014).	Se refiere a la habilidad para la resolución de problemas de tipo matemáticos a través del uso de las cuatro fases del método de Polya, medido a través de una prueba psicométrica.

La población objeto del estudio contempló a estudiantes de entre (hombres y mujeres) 15 a 18 años de los semestres segundo, cuarto y sexto, de los 39 planteles que conforman el Colegio de Educación Profesional Técnica en el Estado de México. En ello se consideró una muestra probabilística de una población de 12,250 estudiantes, igual al 28 por ciento de la población total. La recolección de datos se llevó al cabo a partir de la medición de la variable anteriormente descrita, con la construcción de una prueba de opción múltiple compuesta por veinte reactivos, encaminada a conocer cuál o cuáles operaciones mentales propuestas en el método de Polya, son más propensas a responder de manera acertada o incorrecta, al enfrentar a estudiantes a la resolución de problemas en cinco áreas de la matemática básica.

El análisis de confiabilidad y validez del instrumento medido por la dificultad y discriminación en pruebas psicométricas según (Hernández , Fernández, & Baptista, 2006) se obtuvo una dificultad y una discriminación altas, lo que, en su interpretación de acuerdo con la teoría clásica del test, es importante mencionar que si bien los reactivos elaborados fueron en general difíciles para los estudiantes, también permiten discriminar a estudiantes que en general son capaces de responder de manera acertada o incorrecta. La administración de la prueba se realizó mediante el uso de las TIC a través de la aplicación de Google Forms®. Así mismo, los datos fueron procesados mediante el paquete estadístico SPSS.

Resultados

Los resultados obtenidos corresponden a la medición de la variable “habilidad para la resolución de problemas” anteriormente mencionada. Se obtuvo un promedio general de 35% acierto de los estudiantes, es decir en promedio los estudiantes respondieron de manera acertada 7 de los 20 reactivos de la prueba. Así mismo, el promedio de alumnos en el segundo semestre fue de 35,1%, cuarto semestre 34,9% y sexto semestre 35,2%. Si bien existen variaciones en los resultados de los alumnos por semestre, estos no son significativos.

En el caso de la medición de las habilidades de las fases de Polya se obtuvo que “Ejecutar el plan” o bien para efectos de la prueba “Desarrollar la formula”, los estudiantes presentaron la mayor dificultad al obtener casi un 29% de acierto, siendo este el resultado más bajo. Por otra parte, se observa que la fase “Comprender el problema” obtuvo el mejor resultado con un 42% de aciertos.

Tabla 1. Resultados por área del conocimiento y operación mental de Polya.

		Fase para la resolución de problemas de Polya			
		Comprender el problema	Establecer un plan	Ejecutar el plan	Verificar
Áreas de las matemáticas a evaluar	Fracciones	15%	57%	26%	16%
	Porcentaje	52%	28%	39%	33%
	Ecuaciones de primer grado	55%	17%	26%	61%
	Geometría	47%	25%	33%	23%
	Estadística	43%	51%	21%	41%

El análisis estadístico en tabla 1, nos conlleva a realizar las siguientes conjeturas según las áreas de las matemáticas evaluadas y las fases del método de Polya:

- Fracciones: Los estudiantes suelen abordar el problema de manera mecánica, sin alcanzar a comprender que se les solicita, ni la razón de su respuesta.
- Porcentaje y Geometría: La mitad de los estudiantes alcanzan a comprender los que se les solicita, sin embargo, una menor cantidad es capaz de plantear una formula, resolverla y argumentar su resultado.

- Ecuaciones de primer grado: Más de la mitad de los estudiantes son capaces de comprender lo que se les solicita y argumentar una respuesta lógica. Sin embargo, muy pocos son capaces de identificar una formula correcta y desarrollarla.
- Estadística: Es el área que les genera más facilidad su comprensión, plantear una formula y argumentar. Sin embargo, los alumnos enfrentan problemas en el momento de desarrollar la formula.

Conclusiones

Partiendo de la generalidad del método de Polya para la resolución de problemas en la vida diaria, se diseñó un instrumento para conocer las habilidades a una muestra representativa de estudiantes de la educación profesional técnica en el Estado de México. Los resultados obtenidos de manera general atendieron al objetivo de valorar la habilidad de los estudiantes en la resolución de problemas. Los resultados de la prueba nos permiten conocer que el dominio de esta habilidad en estudiantes de perfil profesional técnico se encuentra asociado según el área de las matemáticas en el que se presenta el problema.

Además, se observó en los resultados que existen áreas de las matemáticas en donde los estudiantes comprenden el problema, sin embargo, no cuentan con los conocimientos, para plantear una formula y desarrollarla. Por otra parte, también existen tipos de problemas en donde se involucran operaciones como las fracciones que, si bien logran realizar el procedimiento de manera mecánica, no logran identificar lo que se les pregunta ni dar sustento a su solución. Otro hallazgo de suma relevancia es que el resultado promedio de los estudiantes no tiene relación con el grado que cursa. Es decir, los estudiantes de sexto semestre en general no tienen un mejor dominio que los de cuarto y segundo semestre. Lo anterior, conlleva a la reflexión en torno a la pertinencia de los programas de estudios actuales en la educación del tipo media superior, teniendo presente su diseño y desarrollo desde el año 2011.

A su vez, también nos conlleva a la formulación de nuevos planteamientos, en donde, si bien los programas de estudio abarcan ampliamente la enseñanza de las matemáticas en la formación de los jóvenes, esta no tiene una repercusión directa en el desarrollo de la habilidad para la resolución de problemas. Finalmente, el resultado de la investigación abre nuevos

paradigmas en torno a la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes, ya que nos permite conocer la brecha que existe en cuanto a las habilidades que demanda el sector laboral y la formación de alumnos, especialmente en la del tipo profesional técnico.

Bibliografía

- Aguedas, V. (2012). George Pólya: el razonamiento plausible. *Revista Digital Matemática Educación e Internet*, 1-12.
- Alfaro, C. (2006). Las ideas de Pòlya en la resolución de problemas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1-13.
- Barrantes, H. (2006). Matemáticas y razonamiento plausible. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1-9.
- Beyer, W. (2000). La resolución de problemas en la Primera Etapa de la Educación Básica y su implementación en el aula. *Enseñanza de la Matemática*, 22-30.
- Brandsford, J., & Stein, B. (1993). *Solución IDEAL de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Barcelona: Labor.
- Breyer, G. (2007). *Heurística del diseño*. Buenos Aires: Nobuko.
- Cárdenas, J., & Blanco, L. (2018). La evaluación de la Resolución de Problemas de Matemáticas de profesores de Secundaria en Colombia. *Educatio Siglo XXI*, 123-152.
- Cuicas, M. (1999). Procesos Metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos. *Enseñanza de la Matemática*, 21-29.
- De Corte, E. (1993). La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos: hacia un modelo de intervención. *Intervención psicopedagógica*, 146-168.
- DOF. (04 de agosto de 2011). Decreto de Creación del Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (Última Reforma). Ciudad de México, México: Diario Oficial de la Federación. Obtenido de Blog: <https://www.gob.mx/conalep/articulos/tenemos->

que-ser-la-opcion-educativa-de-orden-profesional-tecnico-de-vanguardia-en-el-pais-dr-enrique-ku-herrera?idiom=es

D'Zurrilla, T. (1993). *Terapia de resolución de conflictos*. New York: Bilbao.

Economist Intelligence Unit. (2015). *Preparing students for the future*. New York: EIU.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.

INEE. (2017). *PLANEA: Resultados nacionales 2017*. México: Instituto Nacional para la Evaluación Educativa.

ManpowerGroup. (2018). *Resolviendo la escasez de talento*. México: ©ManpowerGroup.

Meyer, R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.

Monereo, C. (1998). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje: SEP*. Barcelona: Cooperación Española.

OECD. (04 de Abril de 2014). *OECD*. Obtenido de Pisa in focus: [https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/PISA-in-Focus-N38-\(esp\).pdf](https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/PISA-in-Focus-N38-(esp).pdf)

Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplon concreto. *Enseñanza de las ciencias*, 297-308.

Piñeiro, J., Pinto, E., & Días-Levicoy, D. (2015). ¿Qué es la resolución de problemas? *Revista virtual Redipe*.

Polya, G. (1989). *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granadas: Comares.

RAE. (04 de abril de 2019). *Real Academia de la Lengua Española*. Obtenido de <https://dle.rae.es/?w=problema>

- Rico, L. (2012). Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 39-63.
- Schoenfeld, A. (1985). *Solucionando problemas matemáticos*. New York: Académica Press.
- SEMS. (21 de octubre de 2008). *Marco Curricular Común SNB*. Obtenido de Acuerdo 444: http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_444_marco_curricular_comun_SNB.pdf
- SEP. (2016). *Propuesta curricular para la educación obligatoria*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Sevilla, J. (2008). *El aprendizaje basado en problemas en la enseñanza universitaria*. Murcia: Universidad de Murcia.
- Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R.I. Charles and E.A. Silver (Eds), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*, (pp.1-22). USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vargas, F., & Carsoglio, L. (2017). *La brecha de habilidades para el trabajo para el trabajo en América Latina: revisión y análisis de la región*. OIT/CINTENFORT.