

Generalización de patrones en álgebra de futuros docentes de matemáticas en secundaria

Maricela Bonilla-González

Saúl Elizarrarás-Baena

Orlando Vázquez-Pérez

José Luis Medardo Quiroz-Gleason

Escuela Normal Superior de México, México

marybog1804@gmail.com

Recepción: 11/12/2024

Aceptación: 23/01/2025

Publicación: 10/02/2025

Resumen

La generalización tiene un papel destacado dentro del álgebra pues algunos investigadores reconocen la importancia de este tema como la forma más adecuada para iniciar el estudio del álgebra en el sistema escolar. Debido a que el tema de generalización de patrones será enseñado por parte de los docentes en formación inicial en las jornadas de práctica profesional, se decidió realizar un estudio exploratorio con el propósito de indagar sobre el nivel de generalización de patrones de dichos docentes de formación inicial. Se utilizó la encuesta como método descriptivo en la que se consideró el cuestionario de pregunta abierta como instrumento de medición para conocer las características individuales de los futuros docentes en la resolución de tareas de generalización. El referente teórico en el que se apoya esta investigación es en el propuesto por Ellis (2007), quien sugiere una taxonomía que contempla categorías y subcategorías para describir los niveles de generalización de patrones de un estudiante al razonar matemáticamente. Los resultados indican que la mayoría de los futuros docentes tienen un nivel bajo de generalización ya que la mitad de ellos pudieron expresar algebraicamente sucesiones lineales, sin embargo, en sucesiones cuadráticas un menor número puede percibir y expresar de manera verbal cuál es el patrón que está presente en la sucesión y sólo dos logran encontrar una expresión algebraica que represente la sucesión. Lo anterior nos lleva a pensar que los futuros docentes de matemáticas, a pesar de haber estudiado en la educación secundaria y media superior la generalización de patrones, tienen dificultades para expresar de manera algebraica una sucesión lineal o cuadrática, de tal manera que habrá que retomar dicho tema en el curso Álgebra y funciones de la

Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para que pueda ser enseñado a estudiantes de educación secundaria.

Palabras clave: generalización de patrones, docentes en formación inicial.

Generalization of patterns in algebra for future secondary mathematics teachers

Abstract

Generalization plays a prominent role in algebra, as some researchers recognize the importance of this topic as the most appropriate way to begin the study of algebra in the school system. Since the topic of pattern generalization will be taught by pre-service teachers during their professional practice sessions, it was decided to conduct an exploratory study with the purpose of investigating the level of pattern generalization of these pre-service teachers. The survey was used as a descriptive method, in which the open-ended questionnaire was considered as a measurement instrument to find out the individual characteristics of future teachers in solving generalization tasks. The theoretical framework on which this research is based is that proposed by Ellis (2007), who suggests a taxonomy that includes categories and subcategories to describe the levels of pattern generalization of a student when reasoning mathematically. The results indicate that most future teachers have a low level of generalization, since half of them were able to express linear sequences algebraically. However, in quadratic sequences, a smaller number can perceive and verbally express which pattern is present in the sequence and only two are able to find an algebraic expression that represents the sequence. The above leads us to think that future mathematics teachers, despite having studied pattern generalization in secondary and upper secondary education, have difficulties in expressing a linear or quadratic sequence algebraically, so that this topic will have to be taken up again in the Algebra and Functions course of the Bachelor's Degree in Teaching and Learning of Mathematics so that it can be taught to secondary education students.

Keywords: pattern generalization, teachers in initial training.

Introducción

El álgebra es una de las áreas de las matemáticas de gran relevancia tanto por su enseñanza como por el aprendizaje. Debido a su abstracción los alumnos suelen tener dificultades en la comprensión de los conceptos básicos (Socas, Camacho, Palarea y Hernández, 1989), dichas dificultades llevan a los estudiantes a cometer errores elementales, incluso en cursos superiores.

Butto y Rojano (2004) han señalado que la transición de la aritmética al álgebra es un gran paso para llegar a ideas más complejas dentro de las matemáticas en la escuela secundaria. Sin embargo, tal transición presenta obstáculos que la mayoría de los estudiantes encuentran muy difíciles de superar, pues tradicionalmente los contenidos algebraicos son introducidos mediante la representación de cantidades y números con símbolos literales, y la operación con estos símbolos literales. Estas autoras también argumentan que la forma en la que los docentes introducen el álgebra en la escuela secundaria ha sido motivo de críticas, discusiones e investigación y señalan que el acercamiento más tradicional empieza por enseñar la sintaxis algebraica, dando relevancia a sus aspectos manipulativos, en ese abordaje, de acuerdo con las autoras, se inicia con la enseñanza de las expresiones, ecuaciones y toda su manipulación sintáctica, y se concluye con la resolución de problemas mediante la aplicación del contenido sintáctico aprendido. Respecto a las dificultades que enfrentan los estudiantes que trabajan con dicho abordaje, la principal crítica es que se introduce al niño en un simbolismo desprovisto de significado y de sentido, cuando los niños vienen de trabajar con la aritmética, donde todos los símbolos poseen significados y los contextos de los problemas determinan mucho la manera de resolverlos.

Varios investigadores (Kieran, 2006; Mason, 1996, Becker y Rivera, 2008) señalan que la forma más adecuada de iniciar con el estudio del álgebra en el sistema escolar es a través de la generalización de patrones. Sandoval, Ruvalcaba y González (2010) refieren que, cuando los estudiantes exploran patrones en los que detectan similitudes y diferencias,

clasifican, etiquetan, buscar algoritmos, conjeturan, argumentan, establecen relaciones numéricas entre componentes, o bien, generalizan los datos y relaciones matemáticas, desarrollan habilidades que son fundamentales para el aprendizaje del álgebra.

Derivado de lo anterior, la formación inicial de los maestros de matemáticas en el nivel secundaria es fundamental para la promoción del razonamiento algebraico en sus estudiantes, dado que dicha formación permitirá seleccionar tareas y preparar y gestionar el trabajo de los alumnos proporcionando una dinámica de aula que propicie llegar a generalizaciones, además del uso de estrategias y conexiones entre ideas matemáticas.

Es por ello por lo que en esta investigación se tiene como objetivo indagar sobre el nivel de generalización de patrones con el que cuentan maestros en formación inicial, a partir de un cuestionario que incluye sucesiones numéricas y figurativas en las que los sujetos deben extender una lista de términos de la sucesión (numérica o figurativa), encontrar los términos con respecto a su posición y obtener una expresión general para definir el n -ésimo término de la sucesión, ya sea lineal o cuadrática. Se desea saber si los docentes en formación después de haber estudiado cursos de álgebra en la educación secundaria y media superior, son capaces de obtener la expresión algebraica que modela la sucesión o si hay que retomar el tema en el curso de Álgebra y funciones, de tal manera que se diseñe e implemente una secuencia didáctica que propicie mejorar el nivel de generalización de patrones de los docentes en formación quienes a su vez puedan promover el razonamiento algebraico en sus estudiantes de educación secundaria.

Desarrollo

Utilizamos para nuestro estudio exploratorio el enfoque propuesto por Ellis (2007), quien considera diferentes niveles de generalización al razonar matemáticamente. La taxonomía de la autora se basa en la perspectiva orientada al actor que describe los diferentes tipos de generalización que utilizan los estudiantes cuando razonan algebraicamente, ésta se divide en dos partes, la primera se refiere a la actividad de los estudiantes cuando generalizan y se denomina *acciones para la generalización*; la segunda parte hace referencia a las declaraciones finales de los estudiantes acerca de las generalizaciones que hacen, se denominan *generalizaciones reflejadas*. Los enunciados finales de generalización pueden ser

orales, escritos o el uso del resultado de una generalización. Para la primera parte Ellis (2007) establece tres subcategorías o tipos:

- Relación (Tipo I): Los estudiantes asocian entre dos o más problemas, situaciones, ideas u objetos matemáticos.
- Búsqueda (Tipo II): Los estudiantes emplean una acción de repetición matemática para encontrar un patrón.
- Extensión (Tipo III): Implica la expansión de un patrón, relación o regla en una estructura general.

La segunda parte representa las declaraciones hechas por los estudiantes cuando hacen generalizaciones, estas se clasifican en tres subcategorías o tipos:

- Identificación (Tipo IV): los estudiantes declaran un patrón general.
- Definición (Tipo V): los estudiantes incluyen las definiciones claves de los objetos, permitiendo dar la característica fundamental, ya sea del patrón, una relación o elementos comunes. Es decir la definición de una clase de objetos que satisfacen toda una relación dada, patrón u otro fenómeno.
- Influencia (Tipo VI): Obtención de una expresión algebraica.

En cuanto al método utilizado para esta investigación, se realizó un estudio exploratorio de corte cualitativo. La población es un grupo de profesores en formación inicial que cursan la *Licenciatura en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* en la escuela normal. Se decidió indagar sobre este tema debido a que la generalización de patrones es la forma más adecuada para iniciar el estudio del álgebra en el sistema escolar, además de que dicho tema será enseñado por los docentes normalistas en formación en las jornadas de práctica en las escuelas secundarias.

Se utilizó la encuesta como método descriptivo en la que se consideró el cuestionario de pregunta abierta como instrumento de medición para conocer el nivel que presentan los docentes en formación inicial en la resolución de tareas de generalización (Cohen y Manion,

1990), específicamente al trabajar con sucesiones numéricas y figurativas. De acuerdo con Cohen, Manion y Morrison (2011) una pregunta abierta puede capturar la autenticidad, la riqueza y la profundidad de una respuesta.

El cuestionario se aplicó a 26 alumnos de primer semestre de la licenciatura ya señalada. El tiempo que utilizaron para la resolución fue de entre 80 y 90 minutos. Para el análisis de los reactivos se consideró el enfoque propuesto por Ellis (2007) con el que se analizaron las *Acciones para la generalización* que los estudiantes realizaron (Relación, Búsqueda y Extensión) y las *Generalizaciones reflejadas* (Identificación, Definición e Influencia), con dichas categorías y subcategorías se pudo saber si los sujetos son capaces de extender una lista de términos de una sucesión, encontrar los términos a partir de su posición y la obtención de una expresión general para definir el n -ésimo término de una sucesión (ya sea lineal o cuadrática), lo que permitió conocer el nivel de generalización de patrones con que cuenta un docente en formación inicial al razonar matemáticamente.

El cuestionario incluyó 7 reactivos, en el reactivo uno se solicitó al alumno que dibujara las figuras que faltan de una sucesión figurativa y que completara la tabla sobre los datos de la sucesión. En el reactivo dos, el estudiante debía escribir los términos que faltan en las sucesiones numéricas y se le preguntó sobre la regla para encontrar el n -ésimo término.

En el ejercicio 3 se presentaron al docente en formación tres figuras construidas con puntos y segmentos, se preguntó cuántos puntos y segmentos se necesitan para construir las figuras 4, 7 y 30 y que anotara una regla general que relacionara el número de la figura con el número de puntos y segmentos. En el reactivo 4 se incluyó una sucesión figurativa formada por cuadrados blancos y negros, se preguntó al docente en formación cuántos cuadrados blancos y negros se necesitan para construir algunas figuras y se pidió que anotara una regla que relacionara el número de la figura con el número de cuadrados negros, y otra regla que relacionara el número de la figura con el número de cuadrados blancos.

En el ejercicio 5 se planteó una situación sobre la construcción de un patio en el que están colocadas piedras circulares de igual tamaño y se preguntó cuántas piedras circulares debe haber para la etapa 6 y para la 50, además de que se solicitó que anotara una expresión

algebraica que permitiera hallar la cantidad de piedras para cualquier etapa. En el reactivo 7 se presentó otra sucesión figurativa respecto a escaleras construidas con palillos, se preguntó al docente cuántos palillos se necesitan para construir las escaleras de 4, 5 y 6 pisos y se pidió que anotara la regla algebraica que le permitiera obtener cualquier término de la sucesión.

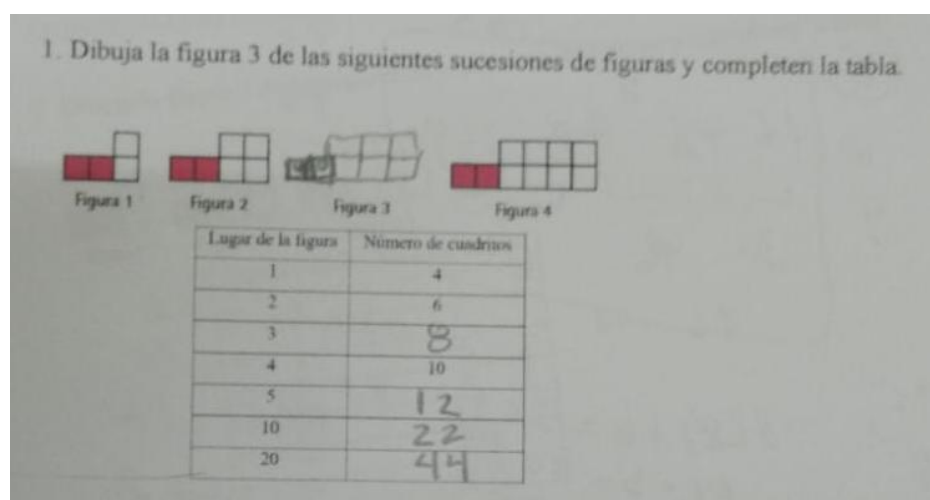
Resultados

A continuación, se presentan algunos resultados de la aplicación del cuestionario de exploración.

En el reactivo 1, en el que se solicitó al alumno que dibujara la figura que falta de una sucesión y que completara la tabla con los datos de dicha sucesión, todos los docentes en formación dibujaron correctamente la figura que faltante. Con respecto a la tabla que debían completar, 19 de los 26 alumnos la completaron correctamente, a continuación se presenta la resolución de un sujeto quien anotó de manera acertada el número de cuadritos de acuerdo con el lugar de la figura (ver Figura 1.1).

Figura 1.1

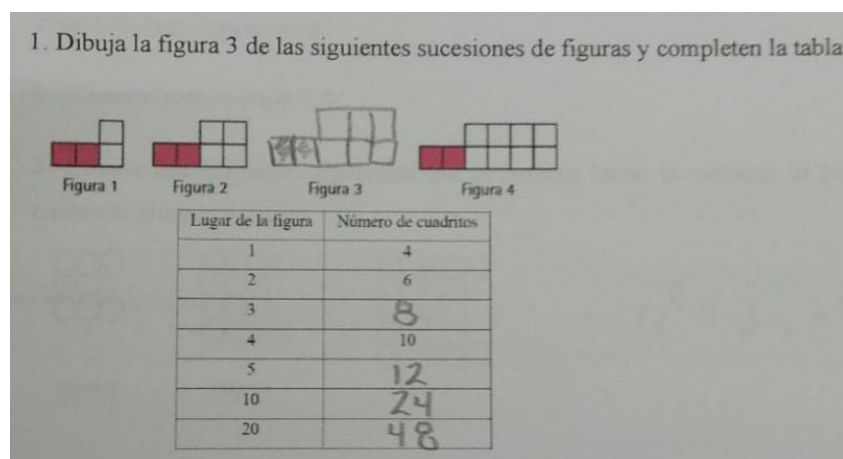
Respuesta dada por un docente en formación en el reactivo 1 del cuestionario de exploración



Los estudiantes normalistas que completaron incorrectamente la tabla consideraron que si se duplica el lugar de la figura de 5 a 10 y de 10 a 20 el número de cuadritos también se debe duplicar (ver Figura 1.2).

Figura 1.2

Respuesta de un docente en formación en el reactivo 1 del cuestionario de exploración



En este reactivo los estudiantes normalistas son capaces de realizar acciones para la generalización (Relación, Búsqueda y Extensión), pues asocian las figuras que se presentan en la sucesión, realizan generalizaciones reflejadas en donde emplean una acción de repetición y expanden el patrón. Cabe señalar que en este reactivo no se solicitó que escribirán la regla que modela la sucesión.

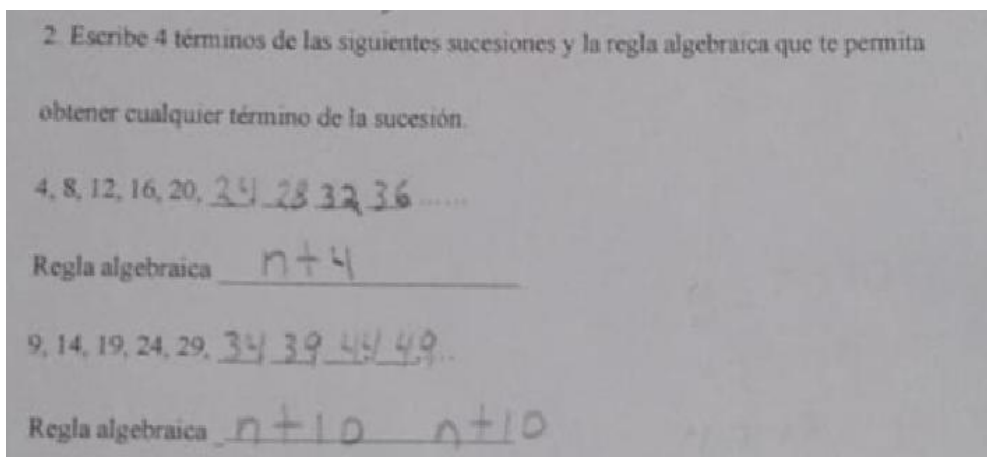
En el reactivo 2 en el que los docentes debían escribir 4 términos para continuar las sucesiones, además de la regla algebraica que permite obtener cualquier término de dicha sucesión, todos los estudiantes normalistas anotaron los 4 términos solicitados, sin embargo, la mitad de ellos obtuvieron una regla incorrecta. Cabe señalar que en ambos casos se esperaba que anotaran una regla algebraica.

En el caso de un sujeto, en los dos reactivos anotó una expresión algebraica errónea, pues en el primer ejercicio sólo sumó n a la diferencia constante que hay entre cada término y no consideró que para encontrar la regla algebraica de una sucesión aritmética se tiene que calcular la diferencia que hay entre cada término, esta diferencia se debe escribir como el factor constante de la expresión, de tal forma que al multiplicar dicha diferencia por cualquier

número de término se observe si falta o sobra para igualar al valor que le corresponde al término, como en este caso no falta ni sobra, la expresión que permite encontrar el n ésimo término es $4n$ (ver Figura 1.3). En el segundo ejercicio el docente en formación llegó también a una expresión incorrecta que es $n + 10$, pues no visualizó la diferencia constante entre cada término, sino que observó la diferencia entre los términos que están en las posiciones impares y pares que es 10, siendo la expresión correcta $8n + 8$.

Figura 1.3

Respuesta un docente en formación en el reactivo 2 del cuestionario de exploración

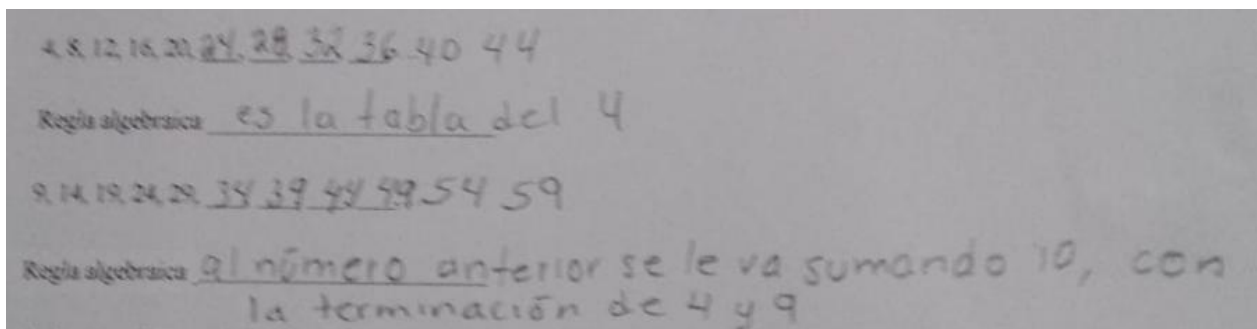


Otro docente en formación también anotó correctamente los términos para continuar las sucesiones, no obstante, tampoco obtuvo en ninguna de las dos sucesiones una expresión algebraica, pero sí expresiones verbales. En la primera sucesión argumentó que se trata de la tabla del 4, en la segunda señaló que a 9 se le suma 10 y se obtiene 29, al 14 se le suman 10

y se obtiene 24, y así sucesivamente, pero no observa que hay una diferencia entre cada término de la sucesión que es constante. Como se puede observar es una respuesta similar al estudiante normalista anterior (ver Figura 1.4).

Figura 1.4

Respuesta de un docente en formación en el reactivo 2 del cuestionario de exploración

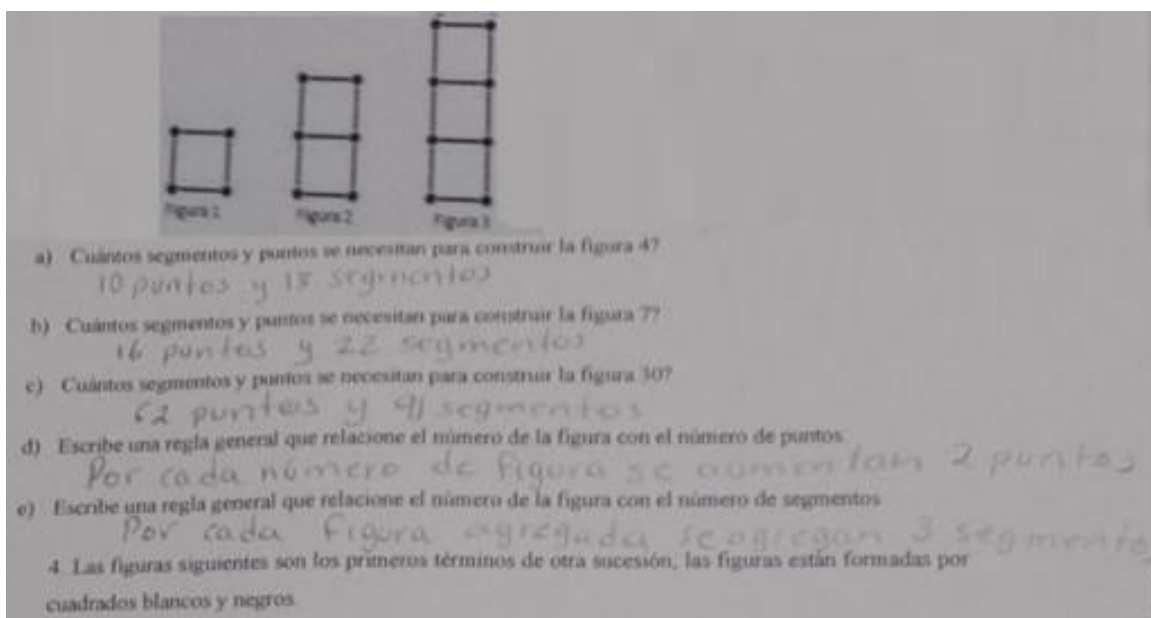


En este reactivo todos los estudiantes normalistas realizan acciones para la generalización pues asocian los términos numéricos de las sucesiones que se presentaron, emplean una acción de repetición matemática en ambas sucesiones y expanden el patrón, realizan declaraciones reflejadas ya que declaran de manera verbal dicho patrón (aunque en algunos casos es incorrecto), definen los términos numéricos con una característica fundamental y la mitad de los sujetos llega a la generalización de manera correcta.

El tercer reactivo en el que se presenta una sucesión figurativa que incluye puntos y segmentos para formar cuadrados y se pregunta sobre el número de segmentos y puntos que se necesitan para formar las figuras 4, 7 y 30, los 26 estudiantes respondieron correctamente a estas primeras 3 preguntas, no obstante, en las últimas dos preguntas, en las que se solicitaba que escribieran la regla general que relaciona el número de figura con el número de puntos y el número de segmentos, la mitad de los estudiantes respondieron correctamente, la otra mitad sólo identificó el patrón y lo anotó de manera verbal, tal es el caso de un estudiante normalista quien en el inciso *d* respondió que por cada figura se aumentan dos puntos y en inciso *e* anotó que por cada figura se agregan 3 segmentos, pero no obtuvo las expresiones algebraicas que modelan la sucesión figurativa (ver Figura 1.5).

Figura 1.5

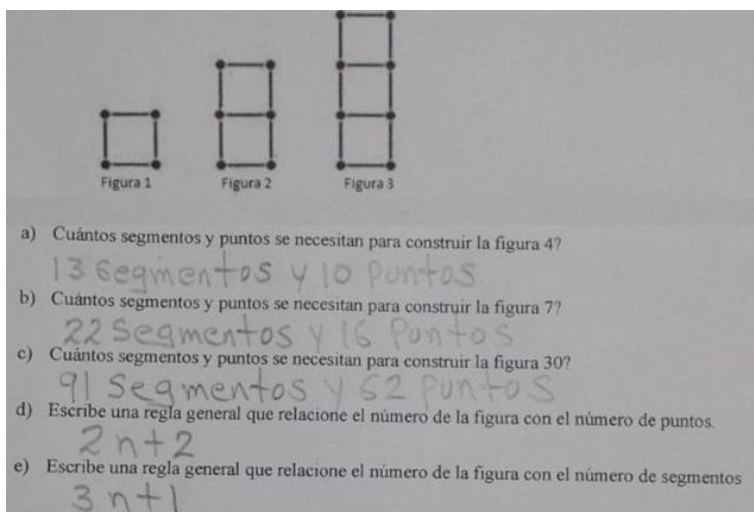
Respuesta de un docente en formación en el reactivo 3 del cuestionario de exploración



En la Figura 1.6 se muestran las respuestas de otro estudiante quien además de responder correctamente las preguntas obtuvo las expresiones algebraicas que permiten encontrar el número de puntos y segmentos que tiene cada figura.

Figura 1.6

Respuesta de un docente en formación en el reactivo 3 del cuestionario de exploración



En el reactivo anterior todos los estudiantes realizan acciones para la generalización pues relacionan el número de la figura con el número de puntos y segmentos de la sucesión, buscan y extienden el patrón ya que pueden responder cuántos segmentos y puntos se requieren para construir determinados números de figuras, realizan declaraciones reflejadas pues declaran que hay un patrón y lo definen al identificar que cada figura tiene una característica similar, sin embargo, no todos logran expresar de manera algebraica dicha generalización.

En el reactivo 4, en la sucesión lineal figurativa que se presenta formada por cuadrados blancos y negros, los 26 docentes en formación obtuvieron el número de cuadrados de ambos colores que se necesitan para construir las figuras 4, 7 y 30, aunque 7 estudiantes normalistas escribieron una regla algebraica que relaciona el número de la figura con el número de cuadrados blancos y negros, otros 8 estudiantes sólo enunciaron la regla de manera verbal. El resto de los estudiantes únicamente encontraron las diferencias constantes de la sucesión pero no enuncian la regla ni de manera verbal ni de manera algebraica. En las evidencias que se presentan a continuación se puede observar que, un primer sujeto respondió acetadamente a las preguntas planteadas relacionadas con el número de cuadrados de ambos colores que se necesitan para formar las figuras señaladas y además obtuvo una regla algebraica que representa cada sucesión (ver Figura 1.7), otro sujeto, también respondió correctamente las preguntas, aunque sólo enunció una regla de manera verbal para cada sucesión (ver Figura 1.8).

Figura 1.7

Resolución de un docente en formación en el reactivo 4 del cuestionario de exploración

4. Las figuras siguientes son los primeros términos de otra sucesión, las figuras están formadas por cuadrados blancos y negros:

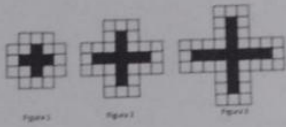


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a) ¿Cuántos cuadrados de color blanco y cuántos de color negro se necesitan para construir la figura 4?

47 40 blancos y 17 negros

b) ¿Cuántos cuadrados de color blanco y cuántos de color negro se necesitan para construir la figura 7?

77 64 blancos y 17 negros

c) ¿Cuántos cuadrados de color blanco y cuántos de color negro se necesitan para construir la figura 30?

307 248 blancos y 121 negros

d) Escribe una regla que relacione el número de la figura con el número de cuadrados negros

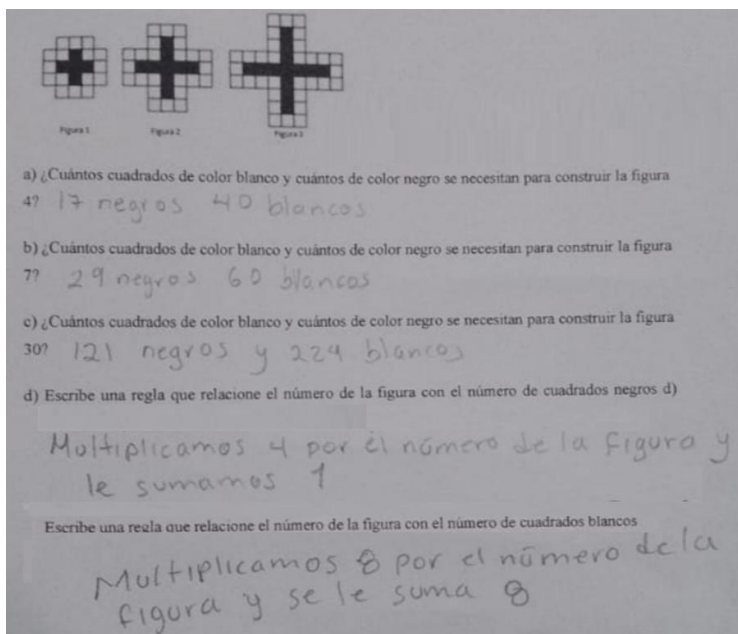
$4f + 1$ dado que f es el número de la figura

d) Escribe una regla que relacione el número de la figura con el número de cuadrados blancos

$8f + 8$

Figura 1.8

Resolución de un docente en formación en el reactivo 4 del cuestionario de exploración



En el reactivo anterior todos los docentes en formación realizan acciones para la generalización pues asocian el número de cuadrados negros y blancos con el número de figura de la sucesión, emplean una acción de repetición y extienden dicho patrón, ya que encontraron el número de cuadrados de ambos colores que deben tener las figuras solicitadas, realizan declaraciones reflejadas pues declaran que hay un patrón y lo definen al darse cuenta de que las figuras satisfacen una relación dada. Por último, aunque la mitad de los estudiantes identifican que hay un patrón no todos lo expresan de manera algebraica.

En el quinto reactivo que se refiere a la construcción de un patio con piedras circulares, se pregunta sobre cuántas piedras se han utilizado para las etapas 6 y 50 y además se solicita que el docente en formación anote una expresión algebraica que permita encontrar la cantidad de piedras circulares que se requieren para cualquier número de etapa, 13 percibieron que las diferencias entre el número de piedras de cada etapa no es constante y sólo 2 sujetos fueron capaces de obtener la expresión algebraica que permite hallar la cantidad de piedras para cualquier número de etapa. A continuación se presentan las respuestas de 2 estudiantes normalistas quienes no respondieron acertadamente las dos preguntas (incisos a y b), uno de ellos encontró una expresión lineal $(8n - 2)$ y no la cuadrática que representa la sucesión $(n^2 + 3n + 4)$, pues consideró como coeficiente de n la diferencia del número de piedras entre la segunda y la tercera etapa (ver Figura 1.9). Otro sujeto enunció

una regla verbal que no relaciona el número de piedras que tiene el patio con el número de etapa sino que relaciona el número de piedras que tiene el patio en la base y en la altura con el número de etapa (ver Figura 10).

Figura 1.9

Respuesta de un docente en formación en el reactivo 5 del cuestionario de exploración

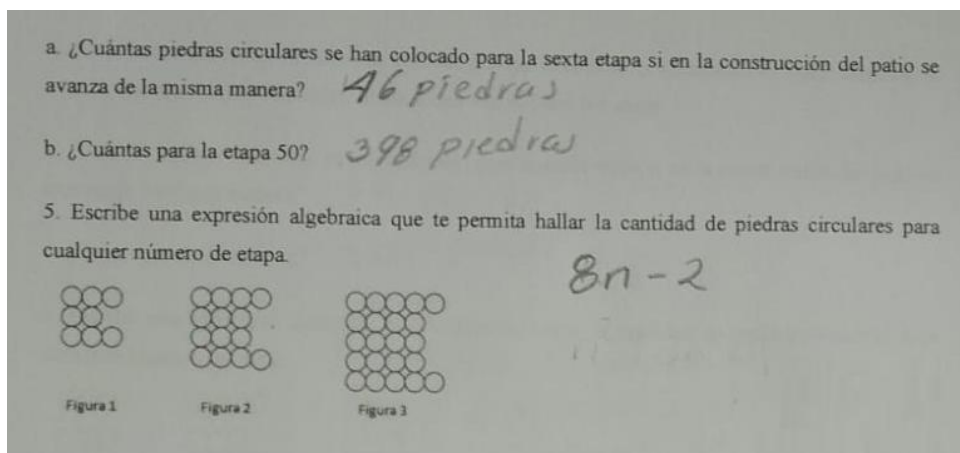
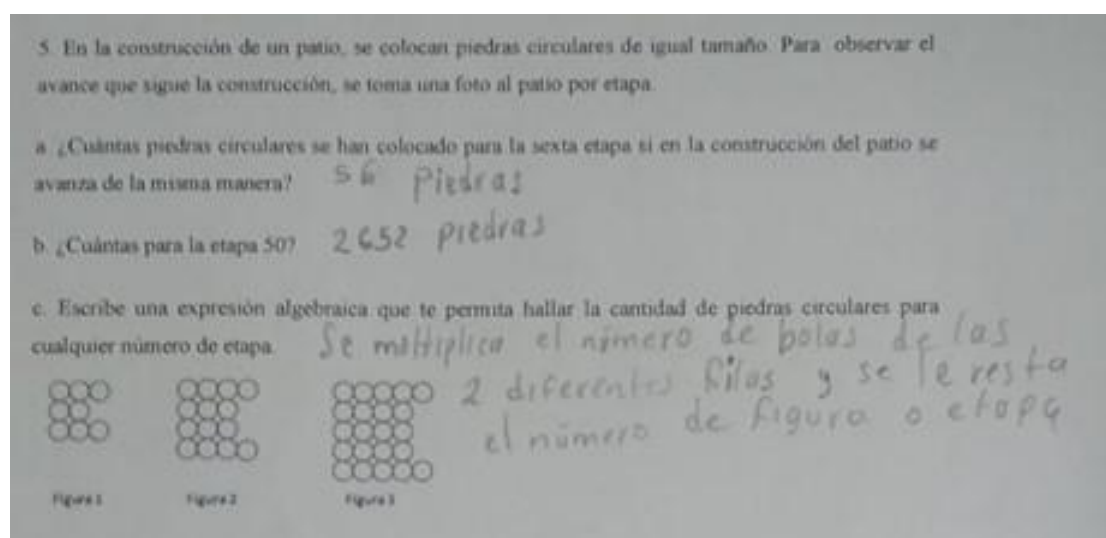


Figura 1.10.

Respuesta de un docente en formación en el reactivo 5 del cuestionario de exploración



En este reactivo sólo la mitad de los estudiantes normalistas realizan acciones para la generalización, ya que asocian las figuras con la cantidad de piedras que corresponden a la construcción del patio, buscan y extienden el patrón, pues obtienen acertadamente la cantidad de piedras de las etapas 6 y 50, declaran y definen el patrón, pues identifican que la diferencia entre el número de piedras de cada figura no es constante y que las diferencias en el segundo nivel si lo son, sin embargo, sólo 2 llegan a la generalización de la sucesión a través del método de diferencias.

En el reactivo 6, 23 estudiantes respondieron las preguntas del inciso a y b relacionadas con el número de cuadrados grises que conforman las figuras 5 y 7, no obstante, sólo 2 estudiantes obtienen la expresión algebraica que permite encontrar el enésimo término de la sucesión ($n^2 + 9n + 4$). En el caso de un estudiante, en el inciso c responde que el número de cuadrados que conforman la figura n es $14n$ como si se tratara de una sucesión lineal y no cuadrática (ver Figura 1.11), otro estudiante responde que 584 es el número de cuadrados grises que conforman la figura n , pues en lugar de buscar una expresión general para el enésimo término obtiene el número de cuadrados grises que conforman la figura 20 (ver Figura 1.12).

Figura 1.11

Resolución de un docente en formación en el reactivo 6 del cuestionario de exploración

6. Observa la secuencia de las siguientes figuras. Justifica ampliamente el proceso de solución en cada una de las preguntas.



Figura 1



Figura 2

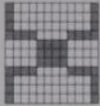


Figura 3

a. ¿Cuántos cuadrados grises conforman la figura 5?

74

b. ¿Cuántos cuadrados grises conforman la figura 7?

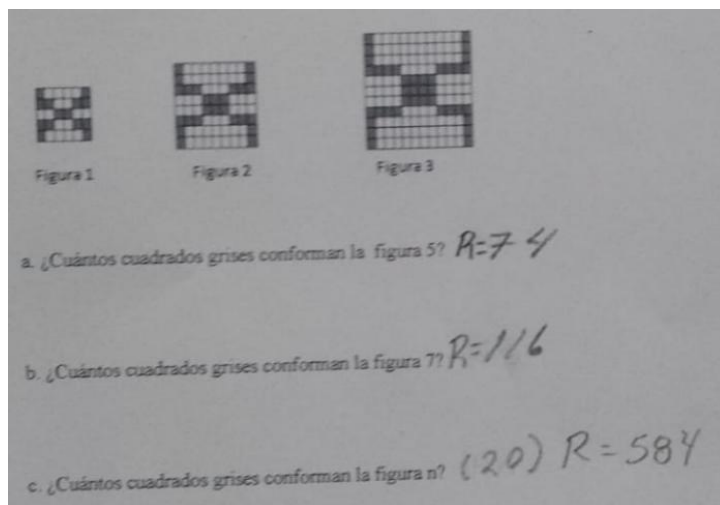
116

c. ¿Cuántos cuadrados grises conforman la figura n ?

$14n$

Figura 1.12.

Resolución de un docente en formación en el reactivo 6 del cuestionario de exploración



En este reactivo cuya sucesión figurativa representa una sucesión cuadrática, la mayoría de los estudiantes que lo resolvió realiza acciones para la generalización, pues asocian la cantidad de cuadrados grises con el número de la figura, realizan una acción de repetición y expanden el patrón, ya que respondieron las preguntas de los incisos a y b vinculadas con el número de cuadrados grises que tienen las figuras 5 y 7, realizan generalizaciones reflejadas, pues declaran y definen que hay un patrón, pero sólo dos sujetos son capaces de encontrar el número de cuadrados grises de cualquier figura de la sucesión ya que obtienen una expresión algebraica que representa dicha sucesión.

En el reactivo 7 en el que los alumnos debían obtener el número de palillos que se requieren para construir las escaleras de 4, 5 y 6 pisos (incisos a, b y c), además de la regla algebraica que permite encontrar cualquier término de la sucesión ($n^2 + 3n$), la mayoría de los estudiantes pudieron responder los 3 incisos, no obstante, sólo 2 estudiantes fueron capaces de obtener la regla algebraica.

Un primer estudiante anotó correctamente el número de palillos que se requieren para formar las escaleras señaladas y además encontró la expresión algebraica que modela la sucesión haciendo uso del método de diferencias (ver Figura 1.13), otro sujeto no pudo obtener la cantidad de palillos que se requieren para las escaleras solicitadas y obtuvo una expresión lineal pero no la cuadrática que corresponde a la sucesión (ver Figura 1.14). Un tercer estudiante anotó una expresión verbal pero que tampoco corresponde a la regla de la sucesión, pues refiere que “por cada cubo incrementado son 3 palillos”, es decir, anota el número de palillos que incrementa por cada cuadrado y no por cada figura. Cabe señalar que se aclaró a los estudiantes que se trataba de una figura plana cuya disposición de los palillos simula una escalera.

Figura 1.13

Resolución de un docente en formación en el reactivo 7 del cuestionario de exploración

7. Observa las siguientes escaleras de uno, dos y tres pisos en las que cada cuadrado que observamos está formado por cuatro palillos de dientes.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

¿Calcula los palillos que necesitas para construir las escaleras de 4, 5 y 6 pisos?

Escalera 4: 28
 Escalera 5: 40
 Escalera 6: 54

Escribe la regla algebraica que te permita obtener cualquier término de la anterior sucesión de figuras

$n^2 + 3n$

4, 10, 18, 28, 40

6 8 10 12

2 2

$a+b+c$ $20 = ?$

$3a + b$ $a = 1$

$3(1) + b = 6$

$b = 3$

$1 + 3 + c = 4$

$c = 0$

Figura 1.14

Resolución de un docente en formación en el reactivo 7 del cuestionario de exploración

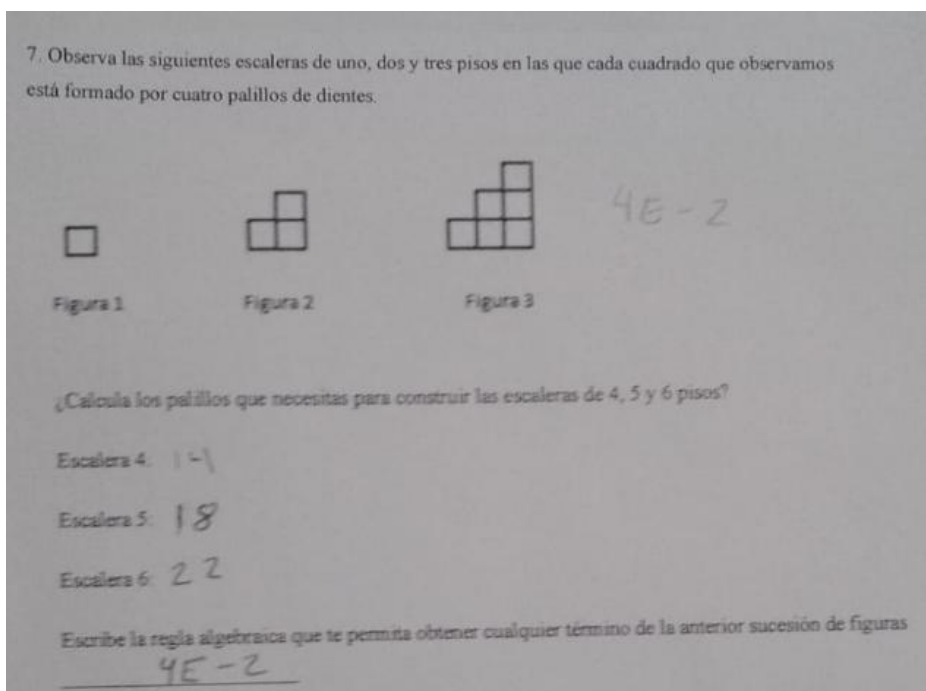


Figura 1.15.

Resolución de un docente en formación en el reactivo 7 del cuestionario de exploración

7. Observa las siguientes escaleras de uno, dos y tres pisos en las que cada cuadrado que observamos está formado por cuatro palillos de dientes.

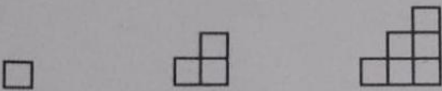


Figura 1 Figura 2 Figura 3

¿Calcula los palillos que necesitas para construir las escaleras de 4, 5 y 6 pisos?

Escalera 4: $R=28$
 Escalera 5: $R=40$
 Escalera 6: $R=54$

Escribe la regla algebraica que te permita obtener cualquier término de la anterior sucesión de figuras

$R = \text{Por cada cubo incrementado son 3 palillos}$

En el reactivo anterior la mayoría de los docentes en formación realizaron acciones para la generalización, pues asociaron el número de figura con la cantidad de palillos que se requieren para formar las escaleras, emplean una acción de repetición y expanden el patrón, ya que encontraron la cantidad de palillos para las escaleras indicadas, realizan generalizaciones reflejadas, pues declaran y definen el patrón al visualizar las características que se presentan en la sucesión, no obstante, sólo un sujeto es capaz de llegar a la generalización de la sucesión.

A manera de conclusiones

Con la aplicación del cuestionario se pudo observar que la mayoría de los estudiantes normalistas mostraron un nivel bajo de generalización, ya que, en sucesiones aritméticas, aunque no muestran dificultades para continuar escribiendo los siguientes términos de una sucesión y expresar de manera verbal el patrón que se presenta, aproximadamente la mitad de los sujetos tienen dificultades para encontrar la expresión algebraica lineal que modela la sucesión. En sucesiones que llevan a expresiones algebraicas cuadráticas los docentes en formación no siempre son capaces de percibir patrones cuando se trata de este tipo de sucesiones, en algunos casos, sólo expresan de manera verbal cuál es el patrón que está presente en la sucesión y sólo 2 logran encontrar una regla que representa la sucesión.

De acuerdo con Ellis (2007), en el cuestionario de exploración la mayoría de los estudiantes realizan acciones para la generalización ya que asocian entre dos o más problemas, situaciones, ideas u objetos matemáticos, emplean una acción de repetición matemática para encontrar un patrón y expanden el patrón en una estructura general, realizan generalizaciones reflejadas pues declaran un patrón y definen una clase de objetos con una característica fundamental, sin embargo, sólo 2 son capaces de llegar a la generalización mediante una expresión algebraica.

Los resultados obtenidos indican que los futuros docentes de matemáticas, a pesar de haber estudiado en la educación secundaria y media superior la generalización de patrones, tienen dificultades para expresar de manera algebraica una sucesión lineal o cuadrática, de tal manera que habrá que retomar dicho tema en el curso Álgebra y funciones (Bonilla et al., 2022) de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para que pueda ser enseñado a estudiantes de educación secundaria.

Referencias bibliográficas

- Becker, J. R., Rivera, F. D. (2008). Generalization in algebra: the foundation of algebraic thinking and reasoning across the grades. *The International Journal on Mathematics Education (ZDM)*, 40(1), 1.
- Bonilla, M., González, R., Huitrado. A. F., Martínez, M.T., Bermejo, F., Velasco, E. L., Juárez, F., Hernández, P. E., Real, C. R., Macias, P. A., Elizarrarás, S., Del Río, J. A., Hernández, L. D., Mateo, E., Alcantar, L., Maldonado, R. y Ávalos-Rogel, A. (2022). *Programa de estudio Álgebra y funciones, Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. México, SEP-DGESUM. Recuperado de <https://dgesum.sep.gob.mx/storage/recursos/planes2022/k7zJS4SIYT-4924.pdf>
- Butto, C., y Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: Abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(1), 113-148.
- Cohen, L., y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La muralla.

- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2011). *Research methods education*. London: Routledge.
- Ellis, A. B. (2007). A taxonomy for categorizing generalizations: Generalizing actions and reflection generalizations. *Journal of the Learning Sciences*, 16(2), 221–262
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. A broadening of sources of meaning. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. (pp. 11-49). Rotterdam: Sense Publishers.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching* (pp.65-86). London: Kluwer Academic Publishers.
- Sandoval, M. S. Á., Ruvalcaba, C. L., & González, J. L. (2010). La generalización de patrones cuadráticos: Un estudio con alumnos de licenciatura en matemáticas. *CULCyT: Cultura Científica y Tecnológica*, (40), 34-40.
- Socas, M. M., Camacho, M., Palarea, M., & Hernández, J. (1989). *Iniciación al álgebra*. Editorial Síntesis.